

Lista nr 10 (Poziom Podstawowy)

Zad. 1 (2 pkt.) Do 1,6 kg roztworu cukru dolano 0,9 litra wody i stężenie procentowe roztworu zmniejszyło się o 4,5 punktu procentowego. Jakie jest stężenie procentowe otrzymanego roztworu?

Zad. 2 (2 pkt.) Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $35n^2 - 21n$ jest podzielna przez 14.

Zad. 3 (4 pkt.) Oblicz pole deltoidu o obwodzie 50 cm, jeżeli promień okręgu wpisanego w ten deltoid ma długość 4 cm.

Zad. 4 (1 pkt.) Która z poniższych równości jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x ?

A) $\sqrt{(x+1)^2} = x+1$ B) $|-x| = x$ C) $|x-1| = x-1$ D) $|x-1|^2 = (x-1)^2$

Zad. 5 (2 pkt.) Ze zbioru 26 liter alfabetu łacińskiego losujemy bez zwracania dwa razy po jednej literze. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych liter znalazła się przynajmniej jedna z liter A lub B.

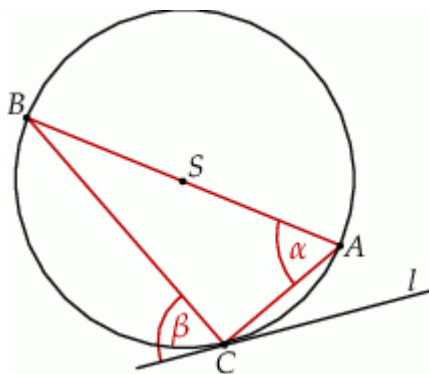
Zad. 6 (1 pkt.) Klient wypłacił z banku kwotę 4010 zł. w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100-złotowych było trzy razy więcej niż 50-złotowych, a banknotów 20-złotowych było o 3 mniej niż 50-złotowych. Ile banknotów 20-złotowych otrzymał klient?

Zad. 7 (1 pkt.) Punkty $B = (1, 4)$ i $D = (4, -2)$ wyznaczają przekątną kwadratu ABCD. Oblicz pole tego kwadratu.

Zad. 8 (2 pkt.) Oblicz pole równoległoboku ABCD, w którym $|AB|=12$, $|AD|=7$ oraz

$$\sin \angle BAD + \sin \angle ABC = \frac{5}{7}.$$

Zad. 9 (1 pkt.) Prosta l jest styczna do okręgu w punkcie C. Znajdź kąt β , jeżeli $\alpha = 62^\circ$ (zobacz rysunek).



Zad. 10 (2 pkt.) W pojemniku są wyłącznie kule białe, czerwone, niebieskie i żółte. Kul białych jest tyle samo co kul niebieskich, kul czerwonych jest dwa razy więcej niż kul żółtych, a stosunek liczby kul żółtych do liczby kul niebieskich jest równy 4 : 5. Z pojemnika losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli, która nie jest czerwona.

Zad. 11 (1 pkt.) Oblicz resztę z dzielenia przez 12 liczby:

$$10^{30} + 10^{20} + 10^{10} + 10.$$

Zad. 12 (1 pkt.) Cenę x pewnego towaru dwukrotnie obniżono o 20% i otrzymano cenę y . Aby przywrócić cenę x , nową cenę y należy podnieść o

- A) 40% B) 64% C) 75% D) 56,25%

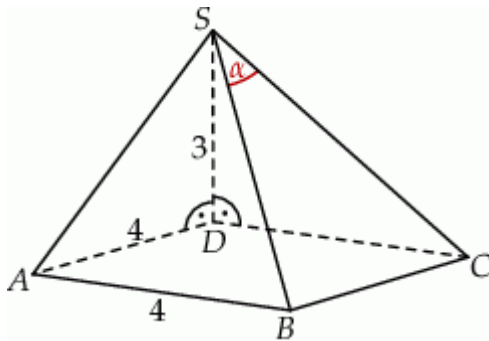
Zad. 13 (1 pkt.) Ciąg (x, y, z) jest ciągiem geometrycznym, w którym iloczyn wszystkich trzech wyrazów jest równy 27. Oblicz y .

Zad. 14 (5 pkt) Sprzedawca kupuje miesięcznie w hurtowni rowery, płacąc 1920 zł za sztukę. W chwili obecnej sprzedaje 20 rowerów miesięcznie w cenie 2240 zł za sztukę. Oszacował, że każda kolejna obniżka ceny o 16 zł zwiększa o 2 liczbę sprzedanych rowerów. Jaką powinien ustalić cenę roweru, aby jego zysk był największy? Oblicz ten maksymalny miesięczny zysk?

Zad. 15 (3 pkt.) Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 8. Krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos \alpha = 3/5$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad. 16 (2 pkt.) Dla jakiego parametru m prosta przechodząca przez punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$ jest prostopadła do prostej równaniu $y = -1/3 x - 1$?

Zad. 16 (2 pkt.) W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym ABCDS krawędź podstawy ABCD ma długość 4. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3. Oblicz cosinus kąta α (zobacz rysunek).



Zad. 17 (2 pkt.) Uzasadnij, że poniższe dwie liczby są przeciwne:

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \quad \text{oraz} \quad 1 - \sqrt{2}.$$

Zad. 18 (2 pkt.) Wykaż, że liczba a jest całkowita

$$a = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{5}.$$

Zad. 19 (3 pkt.) Oblicz

$$2018^2 - 2017^2 + 2016^2 - 2015^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2.$$

Zad. 20 (2 pkt.) Oblicz wartość poniższych wyrażeń:

$$\frac{\log_2 27}{\log_2 18 - 1};$$

$$\log_3 \sqrt[4]{27} - \log_3 \left(\log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}} \right);$$

$$\log_5 \sqrt[3]{625} - \log_2 \sqrt{\sqrt[3]{5}} + \log_2 \sqrt[6]{160}.$$

Zad. 21 (2 pkt.) Zbiór A jest zbiorem liczb rzeczywistych, których odległość na osi liczbowej od (-3) jest większa niż 2. Zbiór B jest przedstawiony poniżej na osi liczbowej. Opisz zbiory A i B za pomocą nierówności z wartością bezwzględną oraz podaj przykład liczby niewymiernej, która należy do zbioru $A \cap B$.

